

## Методика построения статистических характеристик объектов размером более 1 мм

Здесь рассматриваются объекты размером более 1 мм. Их возможные значения разбиты на 8 диапазонов. Это разбиение приведено в таблице:

№ диапазона	1	2	3	4	5	6	7	8
Размеры, см	0.1-0.25	0.25-0.5	0.5-1.0	1.0-2.5	2.5-5.0	5.0-10	10-20	>20

Определяются характеристики, которые в дальнейшем используются для расчета вероятности и последствий столкновений КА с космическим мусором, а именно:

Пространственное распределение концентрации КМ.

Статистические распределения тангенциальной составляющей скорости.

Статистические распределения радиальной составляющей скорости.

Все эти характеристики определяются для каждого из диапазонов размеров КМ.

Напомним, что физический смысл концентрации – это число объектов в единице объема ( $1/\text{км}^3$ ). Для решения задачи применяется статистический подход, так как КМ размером менее 10 – 20 см не каталогизирован. Методика решения задачи является модификацией известной методики Д. Кесслера [1] Отличие в том, что вместо орбитальных данных каждого объекта используются статистические распределения элементов орбит. Детальное описание применяемой методики подробно изложено в статье [2].

Используется статистическое распределение  $p(h_p, e, i)$  трех орбитальных элементов объектов: высот перигея, эксцентриситетов и наклонов. При этом используется допущение

$$p(h_p, e, i) = p(h_p) \cdot p(e) \cdot p(i). \quad (1)$$

Другие угловые элементы орбиты (средняя аномалия, долгота восходящего узла и аргумент перигея) принимаются равномерно распределенными на интервале  $(0, 2\pi)$ . Исходные распределения задаются в виде нормированных одномерных гистограмм  $p(h_p)$ ,  $p(e)$  и  $p(i)$ . В дальнейшем это допущение было несколько смягчено путем разбиения интервала высот на три под-диапазона, в каждом из которых использовались различные распределения  $p(i)$ .

Для зависимости концентрации от высоты и широты точки  $\rho(r, \beta)$  выведена формула

$$\rho(r, \beta) = \frac{N_{\Sigma} \cdot F(\beta)}{2\pi^2 \cdot r^2 \cdot \Delta h} \sum_{h_p} \sum_e \Delta\tau(h_p, e, r) \cdot \Phi(h_p, e, r) \cdot p(h_p) \cdot p(e) \cdot \Delta h_p \cdot \Delta e, \quad (2)$$

где  $N_{\Sigma}$  - общее число объектов,

$$\Phi(h_p, e, r) = \frac{(1-e)^2}{\sqrt{1-e^2}} \left( \frac{r}{r_p} \right)^2, \quad (3)$$

$$F(\beta) = \int \frac{p(i) \cdot di}{i \sqrt{\sin^2 i - \sin^2 \beta}}, \quad \text{при } \sin i \geq \sin \beta, \quad (4)$$

$\Delta\tau(h_p, e, r)$  - нормированный (в долях периода) интервал времени, в течение которого объект с элементами орбиты  $(h_p, e)$  находится в высотном диапазоне  $(r, r + \Delta h)$ .

Рассмотрим основы методики для построения статистических распределений тангенциальной и радиальной составляющих скорости. Эта задача решается одновременно с построением функции (2) для концентрации. Некоторому произвольному сферическому слою  $(h, h+\Delta h)$  и конкретным значениям параметров орбиты  $h_p$  и  $e$  из диапазона значений  $(h_p, h_p + \Delta h_p)$ ,  $(e, e + \Delta e)$  соответствуют конкретные значения тангенциальной и радиальной составляющих скорости  $V_\tau(h_p, e)$  and  $V_r(h_p, e)$ , а также конкретная вероятность

$$P(h, h_p, e) = \Delta\tau(h_p, e) \cdot p(h_p) \cdot p(e) \cdot \Delta h_p \cdot \Delta e. \quad (5)$$

Использование вероятности (5) позволяет достаточно просто построить статистические распределения рассматриваемых компонентов скорости объектов.

Исходные распределения  $p(h_p)$ ,  $p(e)$  и  $p(i)$  считываются из файлов "phd\_2009.dat", "pen.dat" и "pincl2.dat". Первое из распределений является не нормированным. Файлы «привязаны» к 2009 г. Они подготовлены автором модели SDPA на основе моделирования процесса загрязнения ОКП на всем предшествующем интервале времени. Первые два распределения построены для каждого из рассматриваемых диапазонов размеров КМ. Распределения наклонов  $p(i)$  являются общими для всех диапазонов размеров, но отличаются диапазонами высот, к которым они относятся (<800, 800 – 1300, >1300 км).

**Результаты расчетов** для диапазонов размеров КМ  $jd=1, 2, \dots, 8$  последовательно записываются в файлы:

- Plotnhb.da9* – данные о концентрации;
- pVT.da9* - данные о тангенциальной составляющей скорости;
- pVR.da9* - данные о радиальной составляющей скорости.

Ниже приведены выдержки из этих файлов, относящиеся к первому диапазону ( $jd=1$ ).

Файл «*Plotnhb.da9*»

```

450 0.042 0.047 0.034 0.036 0.038 0.042 0.039 0.038 0.040 0.044 0.047 0.054 0.068 0.076 0.089 0.096 0.219 0.019
550 0.074 0.081 0.060 0.063 0.066 0.073 0.068 0.067 0.069 0.077 0.082 0.094 0.119 0.134 0.156 0.168 0.384 0.033
650 0.108 0.120 0.089 0.093 0.097 0.108 0.100 0.098 0.102 0.114 0.121 0.138 0.175 0.196 0.230 0.247 0.564 0.049
750 0.157 0.174 0.129 0.135 0.142 0.157 0.145 0.142 0.148 0.165 0.176 0.200 0.254 0.285 0.334 0.359 0.820 0.071
850 0.178 0.186 0.152 0.158 0.163 0.176 0.171 0.174 0.184 0.202 0.220 0.251 0.314 0.384 0.415 0.475 1.000 0.108
950 0.156 0.160 0.134 0.139 0.143 0.154 0.151 0.155 0.164 0.180 0.197 0.225 0.280 0.348 0.370 0.429 0.890 0.100
1050 0.121 0.124 0.104 0.108 0.111 0.120 0.117 0.121 0.128 0.140 0.154 0.176 0.219 0.273 0.289 0.336 0.694 0.079
1150 0.091 0.094 0.078 0.081 0.084 0.090 0.088 0.090 0.095 0.104 0.114 0.130 0.162 0.200 0.214 0.247 0.515 0.056
1250 0.080 0.083 0.068 0.071 0.073 0.079 0.076 0.078 0.083 0.091 0.099 0.113 0.141 0.174 0.186 0.214 0.449 0.049
1350 0.078 0.080 0.069 0.071 0.073 0.078 0.077 0.079 0.084 0.093 0.103 0.115 0.144 0.174 0.209 0.217 0.396 0.043
1450 0.088 0.087 0.080 0.082 0.085 0.089 0.090 0.094 0.101 0.112 0.129 0.139 0.173 0.205 0.283 0.260 0.366 0.042
1550 0.063 0.063 0.057 0.059 0.060 0.064 0.064 0.067 0.071 0.079 0.091 0.098 0.122 0.143 0.200 0.182 0.259 0.029
1650 0.048 0.048 0.042 0.044 0.045 0.048 0.047 0.049 0.052 0.058 0.066 0.072 0.090 0.105 0.143 0.133 0.204 0.022
1750 0.036 0.037 0.032 0.033 0.034 0.036 0.036 0.037 0.039 0.043 0.049 0.053 0.067 0.078 0.102 0.099 0.167 0.017
1850 0.035 0.036 0.031 0.032 0.033 0.035 0.035 0.036 0.038 0.042 0.047 0.052 0.065 0.076 0.099 0.096 0.163 0.017
1950 0.036 0.036 0.031 0.032 0.033 0.036 0.035 0.036 0.039 0.043 0.048 0.053 0.066 0.077 0.103 0.097 0.156 0.016

```

Spatial density maximum equal **1.037E-3** 1/км<sup>3</sup>

*Пояснения.* В первом столбце записаны значения высоты, а в остальных – нормированные значения концентрации (по отношению к максимуму) для всех 18 диапазонов значений широты точки от 0 до 90° с шагом 5°. В последней строке приведена оценка

максимального значения концентрации.

*Файл pVT.da9*

```
450 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.024 0.529 0.245 0.056 0.084 0.000 0.000 0.000 0.052 0.010
550 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.302 0.420 0.137 0.043 0.029 0.000 0.007 0.038 0.018 0.005
650 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.159 0.434 0.229 0.059 0.048 0.000 0.005 0.019 0.043 0.000 0.005
750 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.010 0.405 0.281 0.160 0.055 0.016 0.002 0.016 0.044 0.007 0.000 0.005
850 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.093 0.558 0.188 0.054 0.029 0.001 0.011 0.031 0.029 0.000 0.000 0.005
950 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.084 0.435 0.252 0.095 0.047 0.004 0.015 0.023 0.035 0.005 0.000 0.000 0.005
1050 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.056 0.283 0.360 0.130 0.063 0.015 0.017 0.031 0.033 0.006 0.000 0.000 0.001 0.005
1150 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.007 0.195 0.396 0.203 0.068 0.023 0.016 0.033 0.037 0.012 0.002 0.000 0.001 0.002 0.004
1250 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.138 0.330 0.308 0.077 0.024 0.032 0.039 0.028 0.012 0.005 0.000 0.001 0.002 0.003 0.001
1350 0.000 0.000 0.000 0.000 0.065 0.298 0.300 0.163 0.042 0.035 0.035 0.031 0.010 0.011 0.004 0.001 0.003 0.002 0.001 0.001
1450 0.000 0.000 0.000 0.004 0.187 0.189 0.340 0.106 0.056 0.054 0.020 0.006 0.020 0.011 0.001 0.002 0.002 0.000 0.001 0.001
1550 0.000 0.000 0.000 0.051 0.239 0.311 0.177 0.068 0.075 0.025 0.009 0.020 0.016 0.001 0.003 0.002 0.001 0.001 0.001 0.000
1650 0.000 0.000 0.063 0.161 0.255 0.220 0.112 0.081 0.051 0.009 0.016 0.020 0.004 0.002 0.002 0.001 0.001 0.001 0.000 0.000
1750 0.000 0.041 0.189 0.187 0.213 0.126 0.104 0.064 0.020 0.017 0.021 0.006 0.004 0.003 0.001 0.001 0.002 0.000 0.000 0.000
1850 0.000 0.129 0.216 0.266 0.129 0.116 0.071 0.020 0.012 0.026 0.004 0.005 0.003 0.001 0.001 0.002 0.000 0.000 0.000 0.000
1950 0.000 0.305 0.158 0.278 0.109 0.077 0.025 0.008 0.026 0.004 0.006 0.003 0.001 0.001 0.001 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
```

*Пояснения.* В первом столбце записаны значения высоты, а в остальных – вероятности попадания скорости в диапазон значений от  $6.5+0.1 \cdot (j-1)$  до  $6.5+0.1 \cdot j$  км/сек, где  $j=1, \dots, 20$  – номер столбца. Сумма вероятностей в каждой строке равна 1. Это распределение приведено на рисунке данного раздела нашего сайта.

*Файл pVR.da9*

```
450 0.559 0.222 0.097 0.025 0.045 0.032 0.015 0.000 0.006 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
550 0.444 0.232 0.118 0.023 0.027 0.052 0.030 0.015 0.016 0.014 0.010 0.003 0.003 0.005 0.002 0.007 0.000 0.000 0.000 0.000
650 0.437 0.153 0.146 0.023 0.035 0.021 0.074 0.039 0.016 0.003 0.009 0.007 0.013 0.006 0.002 0.004 0.002 0.004 0.002 0.004
750 0.431 0.150 0.122 0.046 0.028 0.045 0.040 0.063 0.011 0.003 0.008 0.006 0.013 0.012 0.002 0.002 0.004 0.003 0.000 0.010
850 0.359 0.152 0.139 0.037 0.049 0.034 0.061 0.082 0.000 0.009 0.011 0.010 0.014 0.010 0.009 0.001 0.000 0.003 0.003 0.015
950 0.213 0.154 0.170 0.037 0.046 0.048 0.098 0.104 0.004 0.005 0.014 0.018 0.017 0.014 0.019 0.002 0.012 0.002 0.002 0.023
1050 0.162 0.139 0.128 0.023 0.055 0.052 0.132 0.110 0.011 0.009 0.017 0.022 0.025 0.014 0.036 0.005 0.002 0.011 0.003 0.047
1150 0.115 0.081 0.103 0.034 0.067 0.023 0.165 0.149 0.006 0.005 0.008 0.014 0.030 0.040 0.065 0.003 0.003 0.006 0.002 0.080
1250 0.112 0.089 0.092 0.044 0.072 0.042 0.151 0.112 0.001 0.005 0.006 0.005 0.022 0.059 0.081 0.002 0.003 0.002 0.002 0.097
1350 0.144 0.136 0.090 0.048 0.074 0.084 0.114 0.030 0.003 0.002 0.003 0.012 0.023 0.042 0.096 0.000 0.001 0.001 0.001 0.096
1450 0.267 0.122 0.100 0.115 0.037 0.067 0.036 0.017 0.005 0.011 0.012 0.009 0.021 0.039 0.063 0.000 0.001 0.001 0.001 0.077
1550 0.130 0.092 0.150 0.054 0.072 0.047 0.065 0.036 0.016 0.013 0.021 0.027 0.032 0.080 0.052 0.003 0.001 0.003 0.001 0.105
1650 0.130 0.093 0.088 0.007 0.029 0.021 0.117 0.041 0.030 0.036 0.041 0.027 0.067 0.070 0.040 0.002 0.014 0.005 0.003 0.141
1750 0.065 0.057 0.041 0.037 0.003 0.029 0.154 0.046 0.027 0.030 0.051 0.099 0.070 0.073 0.008 0.001 0.001 0.005 0.009 0.193
1850 0.060 0.047 0.068 0.029 0.029 0.043 0.155 0.064 0.051 0.014 0.041 0.082 0.048 0.061 0.000 0.000 0.001 0.001 0.001 0.205
1950 0.032 0.005 0.066 0.097 0.106 0.115 0.118 0.013 0.075 0.038 0.026 0.032 0.018 0.061 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.199
```

*Пояснения.* В первом столбце записаны значения высоты, а в остальных – вероятности попадания модуля радиальной скорости в диапазон значений от  $0.04 \cdot (j-1)$  до  $0.04 \cdot j$  км/сек, где  $j=1, \dots, 20$  – номер столбца. В последний столбец попали также случаи, когда значение радиальной составляющей было больше 0.8 км/сек. Сумма вероятностей в каждой строке равна 1.

Рассмотренная здесь методика решения задачи реализована в программе “plotn-09.exe”. При покупке этой программы автор предоставляет также упомянутые выше файлы исходных данных, «привязанные» к 2009 г. Пользователь может редактировать их по своему усмотрению, сохраняя неизменной форму представления данных.

*Литература*

1. Кесслер (Kessler D). Derivation of the collision probability between orbiting objects: The lifetime of Jupiter’s outer moons// Icarus. 1981. v. 48. P. 39-48.
2. А.И. Назваренко. Построение высотно-широтного распределения объектов в околоземном космическом пространстве. Проблема загрязнения космоса (космический мусор). Москва, Космосинформ, 1993.

